

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Ny/utsatt eksamen i: MAT1001 — Matematikk 1

Eksamensdag: Fredag 13. januar 2012

Tid for eksamen: 09.00–13.00

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Ingen

Tillatte hjelpemidler: Ett tosidig A4-ark med valgfri tekst, håndskrevet eller trykt, samt godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

For hver oppgave er det angitt en maksimal poengskår. Til sammen kan du oppnå 67 poeng. Poengene på dagens eksamen legges sammen med den poengsummen du fikk på midtveiseksamen, slik at maksimal samlet poengsum blir 100. Denne summen legges til grunn for karakteren du får på kurset.

OPPGAVE 1 (12 POENG) En 2×2 -matrise M er gitt ved

$$M = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

hvor a er et reelt tall. Finn egenverdiene til M uttrykt ved a . For to forskjellige verdier av a har matrisen kun en egenverdi. Den ene verdien er $a = -1$. Hva er den andre?

OPPGAVE 2 (10 POENG)

En første ordens differensiallikning er gitt ved $y' + \frac{1}{x}y = \sin x$, hvor vi antar at $x > 0$. Finn den spesielle løsningen til denne differensiallikningen som tilfredsstiller $y(\pi) = 2$.

OPPGAVE 3 (15 POENG)

Et prosjektil blir skutt vertikalt opp fra jordoverflaten med utgangshastighet v_0 . Prosjektilet bremses av luftmotstanden og tyngdekraften slik at farten $v(t)$ til prosjektilet kan beskrives av differensiallikningen

$$v' + kv = -g$$

hvor k er en positiv konstant og g er tyngdens akselerasjon. For enkelthets skyld setter vi i denne oppgaven $k = 0,05$ og $g = 10$. Løs likningen og finn et uttrykk for farten $v(t)$ uttrykt ved v_0 . Ved tidspunktet $t = \tau$ når prosjektilet det høyeste punktet på banen, dvs. at $v(\tau) = 0$. Finn et uttrykk for τ .

(Fortsettes på side 2.)

OPPGAVE 4 (15 POENG)

En 2. ordens differensiallikning er gitt ved

$$y'' + 4y' + 4y = 0$$

Finn den spesielle løsningen av differensiallikningen som tilfredsstiller initialbetingelsene $y(0) = 1$ og $y'(0) = 1$.

OPPGAVE 5 (15 POENG)

En differensiallikning er gitt ved

$$y' = \frac{ax}{\sqrt{y}}$$

der a er en positiv konstant og y er en funksjon av x . Løs differensiallikningen og finn et uttrykk for y som en funksjon av x når vi setter $y(0) = 1$.

SLUTT